



MNB-tanulmányok 66.

Eppich Győző-Lőrincz Szabolcs:

Három módszer a bérstatisztika fehéredés okozta torzítottságának becslésére

2007. október

Az „MNB-tanulmányok” sorozatban megjelenő írások a szerzők nézeteit tartalmazzák,
és nem feltétlenül tükrözik a Magyar Nemzeti Bank hivatalos álláspontját.

MNB-tanulmányok 66.

Három módszer a bérstatisztika fehéredés okozta torzítottságának becslésére

Írta: Eppich Győző-Lőrincz Szabolcs
(Magyar Nemzeti Bank, Közgazdasági elemzések és kutatás)

Budapest, 2007. október

Kiadja a Magyar Nemzeti Bank
Felelős kiadó: Iglódi-Csató Judit
1850 Budapest, Szabadság tér 8–9.
www.mnb.hu
ISSN 1787-5293 (on-line)

Összefoglaló

Az elmúlt időszakban számos kérdés érkezett hozzánk piaci elemzőktől az általunk használt, a bérek alapfolyamatát meghatározó módszerekre vonatkozóan, különös tekintettel a fehéredés korrekciójára. Az általunk kidolgozott fehéredési becslési módszereket bemutattuk már az Inflációs Jelentések egy-egy keretes írásában, azonban ez szükségképpen csak vázlatos leírást tett lehetővé. A jelen írásban úgy szeretnénk bemutatni a becsléseket, hogy azok viszonylag könnyen reprodukálhatók legyenek.

A tanulmányban röviden bemutatjuk a béradatok esetleges torzítottságát korrigáló három módszerünket. Ennek a torzításnak a gazdaság fehéredése lehet az oka. Mivel közvetlenül nem figyeljük meg a fehéredést, a módszereink indirektek. Mindhárom esetben felállítjuk a bérek adatgeneráló folyamatának egy modelljét. Ezen folyamatokban törést tapasztalunk 2006 második felében. Az egy adott módszer által kapott, fehéredéssel korrigált idősrnak azt a fiktív bér-idősört nevezzük, amely akkor valósult volna meg, ha az adatgeneráló folyamatban nem következik be a törés. Az első módszer az ágazati bérkülönbségekre, a második a létszám-kategóriákra, míg a harmadik a bérelőzslás becslésére alapul. A három módszer mind mértékében, mind lefutásában hasonló becslést ad a fehéredésről. A torzítás mértéke jelentősebb lehetett 2006-ban, majd fokozatosan lecsengett. A bérindexek még a fehéredési korrekció után is jelentősnek tekinthető dinamika-emelkedést mutattak a vizsgált periódusban. Így nem mondhatjuk, hogy a KSH által publikált bérstatisztikában megfigyelhető gyorsulás teljes egészében a gazdaság fehéredését célzó kormányzati intézkedések hatásának tudható be.

JEL: J30, J31.

Kulcsszavak: fehéredési hatás, munkaerő-piac, bérek.

Bevezetés¹

2006 második felétől jelentős emelkedést tapasztalhattunk a KSH által publikált, intézményi keresetek dinamikájában. Ugyanerre az időszakra esett számos, a kormányzat által kezdeményezett intézkedés megvalósítása, amelyek célja a gazdaság fehéritése volt. Ide tartozik a színlelt szerződések elleni fellépés, a dupla minimálbér utáni járulékfizetési kötelezettség, illetve az adóhatósági ellenőrzések szigorítása. Ezen intézkedések egy mellékhatásaként elképzelhető, hogy a kérdéses időszakban a KSH bérstatisztikái torzítottak lettek, és jellemzően felfelé. Ez pedig problémát okozhat a jegybanknak, mivel a bérezés az egyik legfontosabb meghatározója mind a keresleti, mind a költségoldali inflációs nyomásnak. Epp ezért érdekes, hogy a megfigyelt bérdinamikából mekkora rész tudható be a fehéredésnek és mennyi a „valós” folyamatoknak.

Ebben a tanulmányban az MNB-ben kidolgozott három fehéredés-becslési módszert mutatjuk be. Mindhárom módszer indirekt, és egy strukturális törés beazonosításán alapul. Az indirekt jelleg azt jelenti, hogy mivel közvetlenül „nem figyeljük meg” a fehéredést, csak feltételezzük bizonyos jelenségekről, hogy azok a fehéredés következményeként álltak elő. Mindhárom módszer esetében felállítunk egy modellt, amely a bérdinamika adatgeneráló folyamatát jelképezi. Ezekben az adatgeneráló folyamatokban jól felismerhető törést találhatunk 2006 közepén. Ezután számszerűsítjük azt a bérdinamikát, ami akkor valósult volna meg, ha nem változik meg az adatgeneráló folyamat. Ezt a fiktív bér-idősört nevezzük a fehéredéssel korrigált bérindexnek.

¹ A leírtakhoz fűzött megjegyzésekért köszönetet mondunk az MNB Közgazdasági elemzések és kutatás részlegében dolgozó munkatársaknak. A tanulmányban szereplő nézetek nem feltétlenül tükrözik a Monetáris Tanács és az MNB hivatalos álláspontját. Az esetlegesen fennmaradó hibák, tévedések a szerzőket terhelik.

Az első módszer az ágazatok, míg a második a különböző létszám-kategóriájú vállalati csoportok egymáshoz képesti bérstrukturájának jelentős megváltozását tekinti strukturális törésnek. A harmadik módszer a létszám-kategóriák szerinti béreloszlásnak a korábban jellemző trendtől erősen eltérő változását korrigálja.

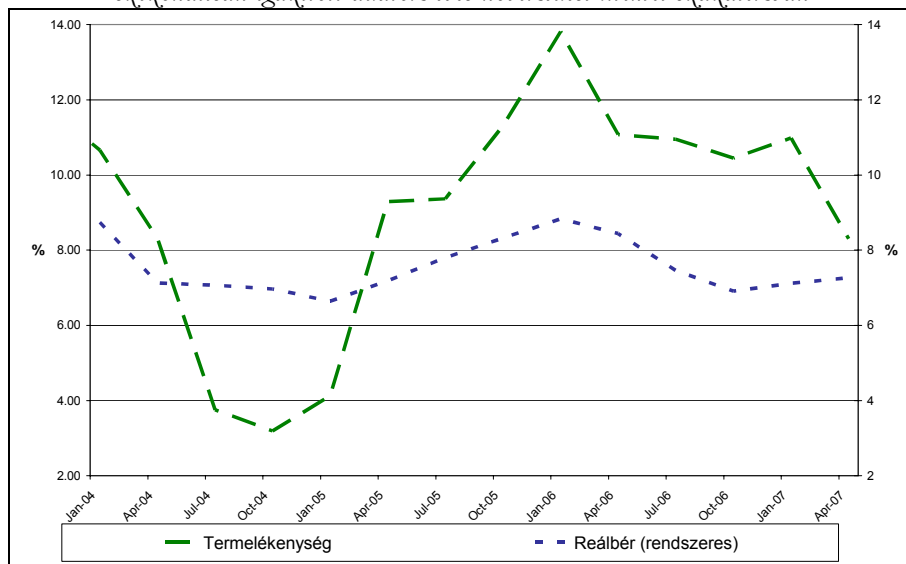
A három módszer mind mértékében, mind lefutásában hasonló becslést ad a fehéredésről. A torzítás mértéke jelentősebb lehetett 2006-ban, majd fokozatosan lecsengett. A bérintékek még a fehéredési korrekció után is jelentősnek tekinthető dinamika-emelkedést mutattak a vizsgált periódusban. Így nem mondhatjuk, hogy a KSH által publikált bérstatisztikában megfigyelhető gyorsulás teljes egészében a gazdaság fehéredését célzó kormányzati intézkedések hatásának tudható be.

Ágazati alapú módszer

Az ágazati alapú módszer keretében feltételezzük, hogy vannak olyan ágazatok, ahol a fehéredés miatt jelentősen torzult a bérstatisztika 2006 második felétől, és vannak olyanok, ahol ez a torzítás nem számottevő. Ezen feltevésünknek jórészt anekdotikus információk adják az alapját. Ezen túl is megfigyelhető azonban, hogy a bérdinamikák csak bizonyos, elsősorban szolgáltató szektorbeli, illetve építőipari ágazatokban mutatnak jelentős tendenciaváltást a kérdéses időszakban. A feltételezett nem fehéredő, leginkább feldolgozóipari ágazatokban a reálbérek növekedése nem haladta meg a termelékenység növekedését, ezért itt kisebb a valószínűsége a béradatok torzítottságának.

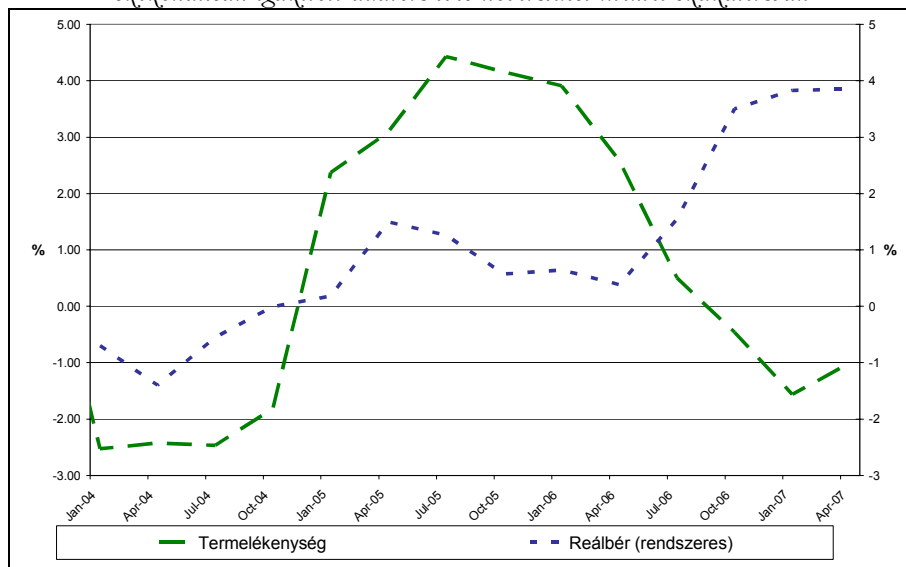
1. ábra: Termelékenység és reálbér a feldolgozóiparban

szezonálisan igazított adatok éves növekedési ütemei százalékban



Megjegyzés: a reálbér az iparcikkek árindexével deflált rendszeres bér.

2. ábra: Termelékenység és reálbér a szolgáltató szektorban
széleskörűen igazított adatok éves növekedési ütemei százalékban



Megjegyzés: a reálbér a szolgáltatások árindexével deflált rendszeres bér.

A fehéredő ágazatok kiválasztása után megpróbáljuk azok havi bérnövekedési ütemeit megmagyarázni a többi ágazatével, de csak a feltételezett fehéredés előtti időszakra, azaz 2006 második feléve előtt. Ezt a gyakorlatot egyszerű, lineáris regressziók illesztésével végezzük el. Így tehát egy historikus kapcsolatot írunk le a fehéredő és a nem fehéredő ágazatok közt. Mivel a becslési időszak adatai még nem torzítottak a fehéredés által, a leírt kapcsolat stabilnak mondható. A következő lépésben megnézzük, hogy a felállított regressziók milyen bérdinamikát jeleznek előre 2006 harmadik negyedétől kezdve, a nem fehéredő ágazatok ismert béradatait felhasználva. Ez az előrejelzés tehát azt mondja meg, hogy mi lett volna a fehéredő ágazatok legvalószínűbb bérdinamikája 2006 második felétől kezdve, ha nem törik meg a nem fehéredő ágazatok bérdinamikájával vett historikus kapcsolat.

Az előrejelzett dinamikákat nevezzük az adott ágazatok fehéredéssel korrigált bérindexeinek. Ez a következőt jelenti. Abból a feltevésből, hogy a regressziók magyarázott változóit érinti a fehéredés, míg a magyarázó változókat nem, pontosan az következik, hogy a kérdéses periódusban felbomlik a korábbi mintaszakaszra megállapított historikus kapcsolat. Ezért mindaddig, amíg ez a historikus kapcsolat nem áll helyre, az előrejelzett és a tényleges bérdinamika el fog térni. Ez a feltevés tehát – azzal a másik feltevessel együtt, miszerint a fehéredés nem okozott adattorzítást 2006 második feléve előtt – a fehéredési periódusban az előrejelzett és a tényleges adatok közt mért eltérést a fehéredés hatásával azonosítja.²

A módszer hátrányát egyrészt a feltevéseinek nem teljesülése adhatja. Az a feltevés, hogy a fehéredés hatásai 2006 második felétől kezdődően jelentkeznek, azzal védhető, hogy fehéredés alatt lényegében olyan kimutatott, de nem „valós” bérdinamikát értünk, amely a 2006 nyaratól kezdődően életbe léptetett kormányzati intézkedések hatására következett be.

² A regressziókban magyarázó változóként szerepelhetnek fehéredőnek feltételezett ágazatok bérdinamikái is. Ebből az következik, hogy az előrejelzési lépést szimultán kell végrehajtani. Minden fehéredő ágazatnak van egy becslött egyenlete, amellyel az előrejelzést végezzük. Az előrejelzési mintaszakaszban az endogén magyarázó változóknak (tehát a fehéredő ágazatok bérdinamikáinak, amelyeknek van saját egyenletük) az előrejelzett értékeiket kell szerepeltetni. Mivel azonban ezek az előrejelzések függvényei lehetnek egymásnak, egy fixpontproblémával állunk szemben, amely sztenderd, numerikus módszerekkel megoldható. (Lásd még Appendix, 7. lábjegyzet.)

A fehéredő ágazatok kiválasztása már problémásabb feltevés. Amennyiben olyan ágazatok béradataiban is van fehéredésből fakadó torzítás, amelyeket nem fehéredőknek feltételeztünk, akkor ez visszacsempészi a fehéredési torzítást a korrigált adatokba is. Ezért igyekeztünk egy viszonylag széles ágazati kört bevonni a korrekcióba. Az általunk kiválasztott ágazatok 58 százalékát fedik le a teljes versenyszféra intézményi statisztikabeli foglalkoztatottságának, a szolgáltató szektoron belül pedig 93 százalékos ez az arány.

Másrésről hátránya a módszernek – és ebben a tanulmányunkban ismertetett másik két módszerhez hasonló –, hogy minden olyan hatást, ami megváltoztatja a korábbi mintaszakaszon jellemző bérdinamika-generáló szerkezetet, a fehéredés hatásának könyvel el. Például a 2006 júliusában, illetve 2007 januárjában történt garantált bérminimum-emelések hatása is – amennyiben szignifikáns – jelentkezhet fehéredésként a módszer alapján. Ez a jelenség akkor okoz problémát, ha ágazat-specifikus, és elsősorban a fehéredőknek feltételezett ágazatokban jellemző.

Általánosabban ugyanis az ágazati alapú módszer a fehéredő ágazatok minden, az előrejelzési periódusban jelentkező ágazat-specifikus bérsokkját fehéredésként azonosítja. Megoldást a másik kettő, az ágazattól különböző, létszám alapú csoportosítási elvet használó módszer eredményeivel való összehasonlítás jelenthet. Ezekben a módszerekben ugyanis az ágazat-specifikus sokkok eloszlanak a létszám-kategóriák között.

Ugyanez megfordítva is igaz: a létszámkategória-specifikus, de nem fehéredéshez köthető sokkok torzítottságot okozhatnak a létszám alapú becslésben, amely azonban nem feltétlenül jelentkezik az ágazati alapú becslésben. Éppen ezért érdemes a többféle módszer eredményeit összehasonlítani. Amennyiben nem tapasztalunk szignifikáns eltérést, akkor elmondhatjuk, hogy a becsléseink nem azonosítanak tévesen fehéredésként nem a fehéredésnek betudható, kizárólag ágazat- vagy létszámkategória-specifikus bérsokkokat.

Az ágazati alapú becsléseinket a versenyszféra szezonálisan igazított, rendszeres béreire végeztük el, mivel ezek az idősorok, illetve a rajtuk becsült egyenletek stabilabbak, mint a teljes béreket tartalmazó adatok. A módszert mind havi, mind negyedéves adatokon is lefuttattuk. A feltételezett fehéredő ágazatok a következők voltak: egészségügy; egyéb feldolgozóipar; egyéb szolgáltatás; építőipar; fafeldolgozás, papírgyártás, kiadói és nyomdai tevékenység; ingatlan, gazdasági szolgáltatás; kereskedelem, javítás; nem fém ásványi termékek iparág; szállítás, raktározás, posta és távközlés; szálláshely, vendéglátás.

Létszám alapú módszerek

A KSH 2003 óta publikálja a versenyszektorra vonatkozóan a létszám-kategóriák szerinti bér- illetve foglalkoztatottsági adatokat.³ A vállalatokat méretüktől függően a KSH a következő létszám-kategóriákba sorolja:

5-9 fő, 10-19 fő, 20-49 fő, 50-249 fő, 250-999 fő, 1000- fő felett

A következő két fehéredési hatás szűrési módszer alapötletét az adja, hogy a fehéredés elsősorban a kisméretű vállalkozásokat érinthette, így ezek valamilyen módszerrel való kiszűrésével megkaphatjuk a fehéredési hatás mértékét. Az elsőként ismertetendő módszer esetében *a priori* élünk azzal a feltételezéssel, hogy a fehéredés döntő részéért a 20 fő alatti vállalkozások tehetők felelőssé. Ez az *ad hoc* feltevés analóg az ágazati alapú módszer esetében a fehéredő ágazatok

³ Itt a teljes, bónuszokat is tartalmazó kifizetésekről van szó.

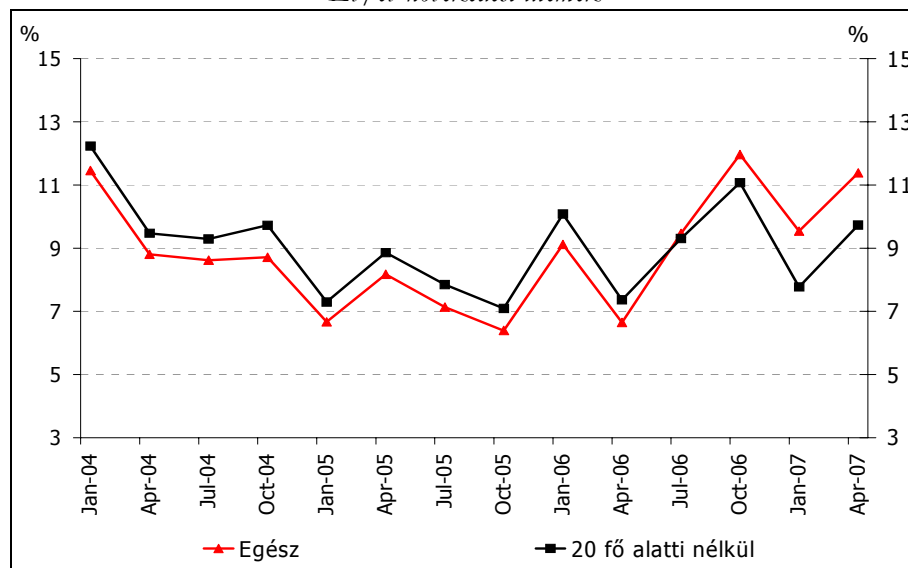
kiválasztásával. A második módszer esetében azonban már nem szükséges ilyen *a priori* feltétellel élnünk.

Fehéredési hatás becslése a kisméretű vállalkozások kiszűrésével

Amint az ábrán látható, historikusan jellemző volt, hogy az egész versenyszféra bérdinamikája alatta marad a 20 fő feletti cégek esetében tapasztalt bérdinamikának. A két bérnövekedési ütem közötti különbség időben nagyjából állandó volt. Ez a historikus kapcsolat azonban 2006. harmadik negyedétől az ellenkezőjére fordult.

3. ábra: Bérek alakulása a versenyszektorban

Év/év növekedési ütemek

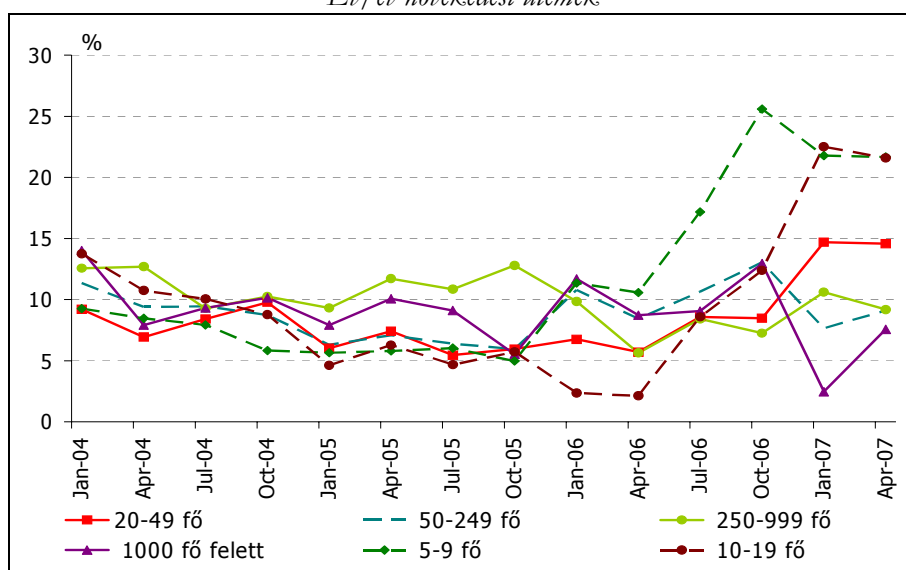


Miért pont a 20 fő alatti vállalkozások?

A következő ábrára tekintve látható, hogy a jelentős bérdinamika gyorsulást 2006. harmadik negyedétől kezdődően az 5-9, illetve 10-19 főt foglalkoztató vállalatok esetében tapasztaltunk. A nagyobb létszámú vállalatok esetében hasonló jelenséget nem vagy csak elhanyagolható mértékben találtunk.

4. ábra: Bérek alakulása az egyes létszám-kategóriákban

Év/év növekedési ütemek



A fehéredési hatás becslése

A fehéredési hatás becslésénél a következőképpen jártunk el: a 20 főnél kevesebbet foglalkoztató vállalatok bérdinamikáját úgy korrigáltuk vissza, hogy a magánszektor egészében illetve a 20 főnél többet foglalkoztató vállalatok körében tapasztalt bérdinamikák közötti eltérés a historikus átlagnak legyen megfelelő.⁴ Az így kapott versenyszektor egészére vonatkozó év/év bérdinamikákat rászoroztuk az előző év azonos időszakában mért bérszintre, így kaptuk meg a fehéredési hatással korrigált bérszintet. A korrigált bérszint és az eredeti bérszint hányadosaként kaptuk meg a fehéredési faktort.

A módszer jellegéből fakadóan a tényleges fehéredési faktor alsó becslését adja (kisebb fehéredési hatást becsül, mint a tényleges), azonban így is igen közel esik a másik két eljárás eredményeihez (lásd lentebb). Ezek alapján azt mondhatjuk, hogy az eredeti feltevésünk, mely szerint a fehéredés legnagyobb mértékben a kisméretű vállalkozásokat érintette plauzibilisnek bizonyult.

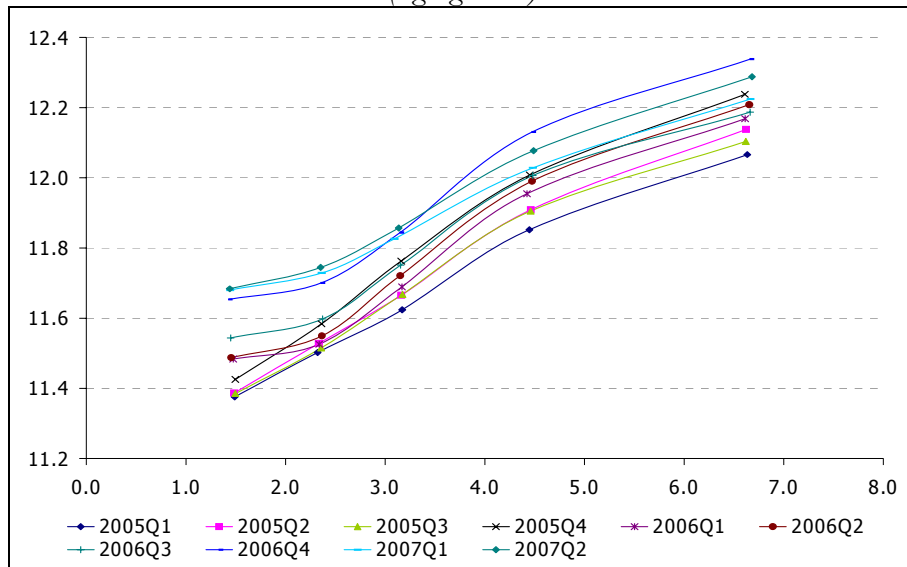
Megjegyezzük még, hogy a 20 fő alatti vállalkozások foglalkoztatottsága a mintában a teljes versenyszférabeli foglalkoztatottság 19-22 százalékát adja. Mint említettük, az ágazati módszer esetében a fehéredőnek feltételezett ágazatok foglalkoztatottsági aránya több mint 50 százalékos. Ez, a fehéredési becslések hasonlóságával együtt, arra utal, hogy a fehéredő ágazatokban nem volt teljesen általános, minden foglalkoztatottra kiterjedő a bérek fehéredése.

Fehéredési hatás becslése a létszám kategóriák béreloszlásával

Ezen eljárás mögött az az ötlet áll, mely szerint minél nagyobb egy cég, annál magasabb átlagbéreket fizet. Ennek megfelelően a múltbéli adatok alapján megbecsülhető, hogy az átlagos vállalati létszámnak milyen hatása van az átlagbérré. Jelentős fehéredés esetén így azt kell tapasztalnunk, hogy ez a kapcsolat 2006. harmadik negyedétől kezdve – amennyiben nem minden létszám-kategóriát azonos mértékben érint a fehéredés – szignifikáns mértékben megváltozik.

⁴ A historikus átlag alkalmazása analóg az ágazati módszerben a regressziók futtatásával. Általánosabban véve is, a két módszer elve azonos, a különbséget a vállalati csoportok kategorizálásának alapja adja (ágazat vs. létszám-kategória).

5. ábra: A vállalati átlaglétszám és az átlagbér kapcsolata az egyes negyedévekben
(log-log skála)

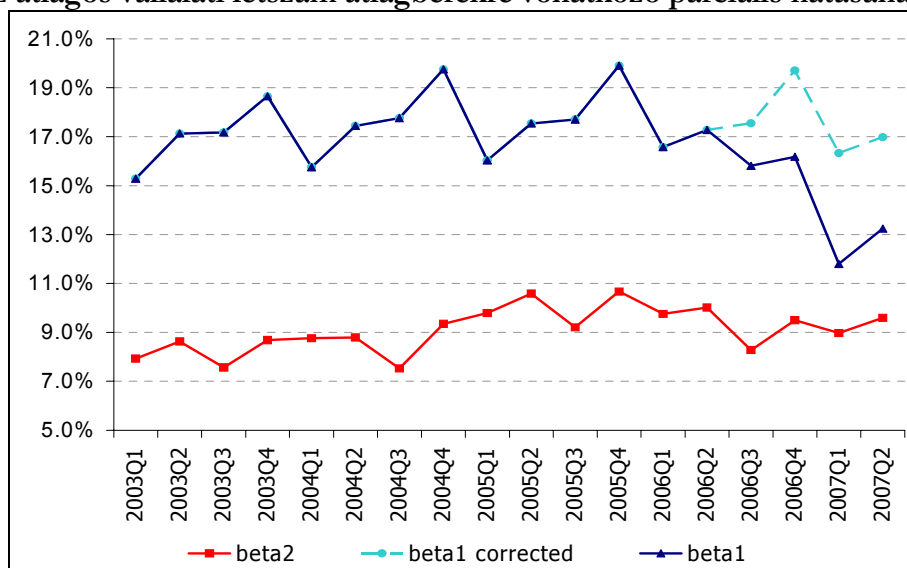


A fenti ábrák alapján azt mondhatjuk, hogy a vállalati átlaglétszám bérekre gyakorolt hatása nem lineáris, nagyobb vállalatkegóriák esetén kisebb a parciális hatás. Másrészt a fehéredési időszakban jól látható, hogy megtört a korábbi kapcsolat, és a legszembetűnőbb eltérés a két alsó létszám-kategóriában látszik.

A fehéredési hatás becslése

Az alábbi ábrán látható a kisebb illetve a nagyobb vállalatkegóriák esetében az átlaglétszám bérekre gyakorolt parciális hatása (béta1, illetve béta2). A béta paramétereket úgy kaptuk, hogy minden egyes negyedévre megbecsültünk egy regressziós egyenletet az átlaglétszám és az átlagbér között (lásd Appendix). Látható, hogy a nagyobb vállalatkegóriák esetében a fehéredési időszakban nem változott szignifikáns mértékben a regressziós egyenes meredeksége, míg az alsóbb létszám-kategóriák esetében törés látszik a kérdéses időszakban.

6. ábra: Az átlagos vállalati létszám átlagbérekre vonatkozó parciális hatásának alakulása

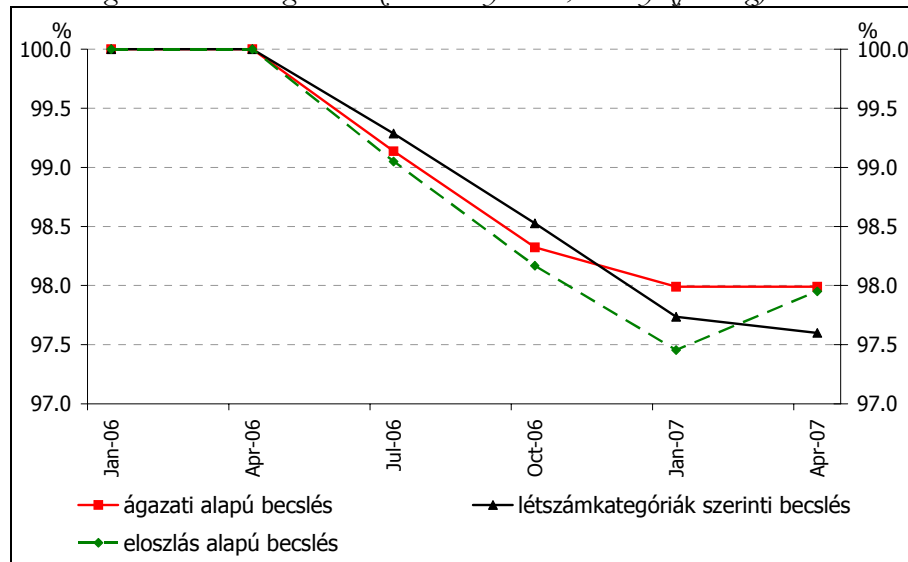


Mivel a béradatok nem voltak szezonálisan igazítva a béta paraméterekben is megfigyelhető a szezonális hatás. A fehéredés hatás kiszámításához egy SARIMA (0 1 1)(0 1 0)₄ modellel jeleztük előre a béta1 paramétereket a 2006Q3-2007Q1 időszakokra. Így kaptuk meg a korrigált béta1 együtthatókat. Végül a korrigált parciális együtthatók segítségével kiszámoltuk, hogy az egyes létszám-kategóriákban mennyi lett volna a bér, ha nem lett volna fehéredés. A létszám-kategóriák összesúlyozásával megkaptuk a versenyszféra korrigált bérszintjét. A korrigált bérszint és az eredeti bérszint hányadosaként kaptuk meg a fehéredési faktort.

Eredmények

A különböző módszerek eredményeit legegyszerűbben a „fehéredési faktorról” tudjuk összehasonlítani. Mint azt említettük, ez a fehéredéssel korrigált és a nem korrigált bérszint hányadosa egy adott korrekciós módszer esetében. Amennyiben egy módszer egy adott időpontban lefelé korrigálja a bérindexet (azaz az eredeti statisztikát felfelé torzító fehéredést talál), akkor a fehéredési faktor a száz százalékos érték alá kerül. Ha a következő periódusban további fehéredést talál a módszer, akkor a faktor tovább csökken, ellenkező esetben stagnál.⁵

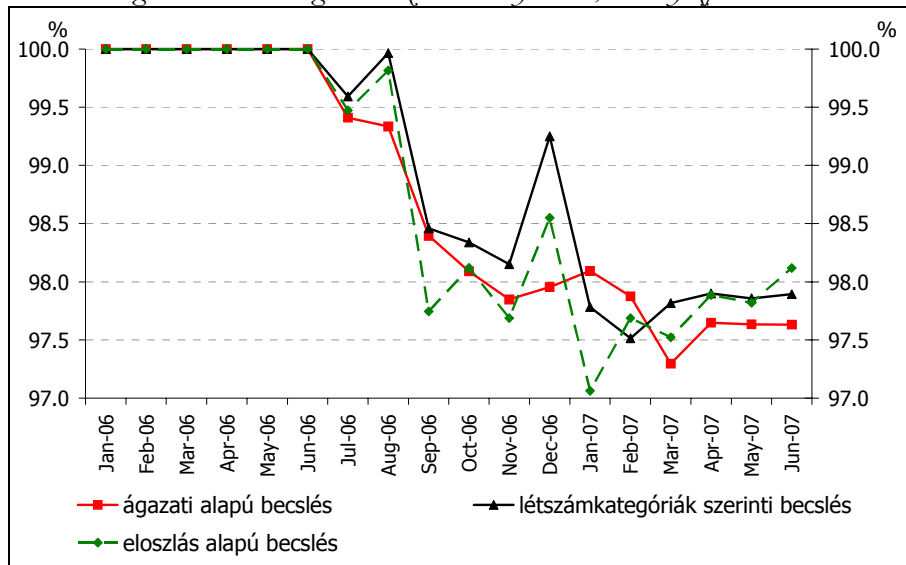
7. ábra: Fehéredési faktorok a három korrekciós módszertan szerint
fehéredéssel korrigált és nem korrigált bérszintek hányadosai, versenyszféra negyedéves adatai alapján



⁵ Mivel a korrigált bérszintek csak becslések, a faktor is zajos, még akkor is, ha az adott módszer nem talál fehéredést. Így stagnálásnak egy konstans szint körüli mozgás tekinthető.

8. ábra: Fehéredési faktorok a három korrekciós módszertan szerint

fehéredéssel korrigált és nem korrigált bérszintek hányadosai, versenyszféra havi adatok alapján



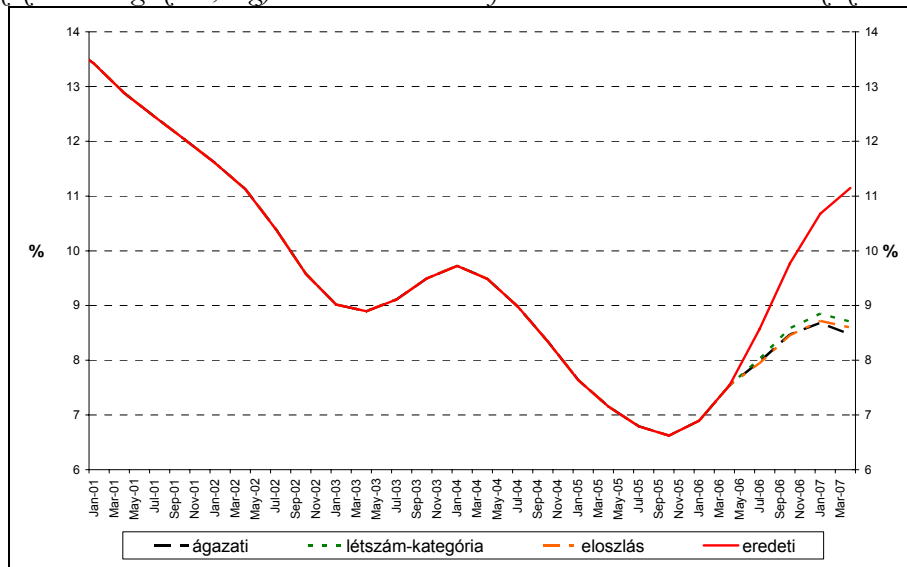
A negyedéves faktorok ábráján látható, hogy a három módszer mind lefutásában, mind nagyságrendjében hasonló fehéredést azonosít. A potenciális adattorzulás 2006 utolsó két negyedévében lehetett jelentősebb, ezt követően a faktor ellaposodik. Ez azt jelenti, hogy a KSH által publikált bérdinamikák 2007 elejétől fogva fokozatosan közelednek a módszerek által „valósnak” vélt dinamikákhoz. A második negyedévben már nem is találunk a módszerek újabb, szignifikáns adattorzulást.

Ugyanez elmondható a havi faktorokról is. Itt azonban jóval zajosabbak az idősorok, ami egyrésztől természetes jelenség. Másrésztől különösen jelentős a létszám és eloszlás alapú módszereknél. Ezek esetében ugyanis a szezonálisan nem igazított, teljes, prémium-kifizetéseket is tartalmazó béridősorokat kellett használnunk. Ez az oka a 2006. decemberi kiugró faktoroknak, amelyek tehát nem annyira a potenciális adattorzulással állnak összefüggésben, hanem inkább a szokásosnál nagyobb decemberi prémium-kifizetésekkel. Az átlagos korrekció jellemzően 1-3 százalékpontos csökkenést okoz az éves bérdinamikákban. A módszerek eredményeinek hasonlósága a korrekció robusztusságát sugallja.

Megemlítjük még, hogy az inflációs jelentéseinkben az előrejelzéseket a fehéredéssel korrigált bérek alapján végezzük el.⁶ A konkrét bérelőrejelzések publikálásakor azonban a fehéredéssel visszakorrigált, azaz a KSH által publikált adatokkal konzisztens számokat adtuk meg (lásd pl. májusi Jelentés). A nagyságrendeket érzékeltetendő elmondjuk, hogy az augusztusi Jelentés esetében a versenyszféra fehéredéssel korrigált bérindexeinek éves átlagos növekedési ütemeire adott előrejelzéseink 8,1, 7,1 és 6,5 százalék voltak 2007, 2008 és 2009 esetében. Ezek az értékek a fehéredéssel visszakorrigálva rendre 9,7, 7,1 és 6,5 százalék. Mivel a fehéredési faktorok 2007 elejétől fogva már inkább stabilak, és az előrejelzési periódusban nem feltételeztünk további fehéredést, ezért a 2008-as és 2009-es indexek esetében már nincs különbség a fehéredéssel korrigált, illetve nem korrigált számok közt.

⁶ Illetve figyelembe vesszük, hogy a fehéredésnek vannak másodikkörös, költségnövelő hatásai.

9. ábra: Versenyszféra bérek: eredeti és korrigált idősorok
szezonálisan igazított, negyedéves idősorok trendjeinek éves növekedési ütemei százalékban



Megjegyzés: Az idősorokból kiszűrtük a minimálbéremelések hatását, illetve korrigáltuk a prémium-kifizetések szezonálisának 2006 közepé óta bekövetkezett – valószínűleg átmeneti – megváltozását.

Appendix

Ágazati alapú módszer

Az ágazati alapú módszerben az i -dik fehéredő ágazat bérnövekedési ütemét (y_i) magyarázzuk egy lineáris regresszió segítségével egy konstanssal (μ_i), a nem fehéredő ágazatok bérnövekedési ütemeivel (w_i) és a többi fehéredő ágazat bérdinamikáival (y^{-i}):

$$\begin{aligned} y_{1,t} &= \mu_1 + \beta'_{1,w} w_t + \beta'_{1,y} y^{-1}_t + \varepsilon_{1,t} + f_{1,t} \\ &\quad \vdots \\ y_{i,t} &= \mu_i + \beta'_{i,w} w_t + \beta'_{i,y} y^{-i}_t + \varepsilon_{i,t} + f_{i,t} \\ &\quad \vdots \\ y_{I,t} &= \mu_I + \beta'_{I,w} w_t + \beta'_{I,y} y^{-I}_t + \varepsilon_{I,t} + f_{I,t} \end{aligned}$$

$$t = 2003. Q1, \dots, 2007. Q2$$

Az egyenletek hibatagjait ε -nal jelöltük. Az egyenletek utolsó tagja (f_i) a fehéredés által okozott adattorzítást jelöli. Ennek értéke – a feltevésünk szerint – 2006. második negyedévéig nulla, majd ezt követően már ettől eltérő is lehet. A feltevésnek megfelelően ezek a tagok a becslésnél figyelmen kívül hagyhatók, ha a 2006. második negyedévig tartó mintát használjuk. A becslendő paraméterek a konstansok, és az egyenletenként két darab β paramétervektor. A megbecsült paramétervektort és a nem fehéredő ágazatok ismert bérdinamikáit felhasználó, a fehéredő ágazatok bérdinamikáira vonatkozó előrejelzés a fehéredéssel korrigált bérdinamika ($\hat{y}_{i,t}$):⁷

$$\begin{aligned} \hat{y}_{1,t} &= \hat{\mu}_1 + \hat{\beta}'_{1,w} w_t + \hat{\beta}'_{1,y} \hat{y}^{-1}_t \\ &\quad \vdots \\ \hat{y}_{i,t} &= \hat{\mu}_i + \hat{\beta}'_{i,w} w_t + \hat{\beta}'_{i,y} \hat{y}^{-i}_t \\ &\quad \vdots \\ \hat{y}_{I,t} &= \hat{\mu}_I + \hat{\beta}'_{I,w} w_t + \hat{\beta}'_{I,y} \hat{y}^{-I}_t \end{aligned}$$

$$t = 2006. Q3, 2006. Q4, \dots$$

Az alábbi táblázat mutatja az egyenletek konkrét specifikációit. Illusztrációképpen két ágazat egyenleteit is bemutatjuk.

⁷ Vegyük észre, hogy az összes fehéredő ágazat t -dik időpontra előrejelzett bérdinamikáit tartalmazó vektor (\hat{y}_t) a fenti egyenletrendszer fixpontja.

A fehéredő ágazatok egyenleteinek változói

magyarázott változó (fehéredő ágazat)	magyarázó változók	
	nem fehéredő ágazatok	fehéredő ágazatok
egészségügy	pénz.	szállr.
egyéb feldolgozóipar	pénz., text., mez.	
egyéb szolgáltatások	vegy.	nemf., ing., faf.
építőipar	vill.	kerj., szállr.
faipar	gép.	egys., ing.
ingatlan, gazdasági szolg.	bány., élelm., mez.	faf.
kereskedelem, javítás	pénz., gép.	egs., egys., szállr.
nemfém ásványi anyagok feldolg.	bány.	faf.
szállítás, raktározás, posta, távk.	gép., koh., okt.	
szálláshely, vendéglátás	vegy., vill.	kerj.

Minden változó az adott ágazat rendszeres béreinek rövidbázisú (havi vagy negyedéves), egyidejű növekedési ütemeit jelöli. Rövidítések: bány.: bányászat; élelm.: élelmiszer, ital, dohány; egs.: egészségügy; egys.: egyéb szolgáltatások; faf.: fa-, papír- és nyomdaipar; gép.: gépipar; ing.: ingatlan, gazdasági szolgáltatás; kerj.: kereskedelem, javítás; koh.: kohászat, fémfeldolgozás; mez.: mezőgazdaság, halászat; nemf.: nem fém ásványi termékek; okt.: oktatás; pénz.: pénzügyi tevékenység; szállr.: szállítás, raktározás, posta és távközlés; text.: textil, bőr, lábbeli; vegy.: vegyipar; vill.: villamosenergia, gáz-, gőz- és vízellátás.

A kereskedelem, javítás és az ingatlan, gazdasági szolgáltatás ágazatok becült egyenletei

Dependent Variable: KERJ				
Method: Least Squares				
Date: 09/10/07 Time: 15:22				
Sample (adjusted): 2003Q2 2006Q2				
Included observations: 13 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.041775	0.004303	9.707480	0.0000
EGS	-0.497396	0.089840	-5.536498	0.0009
EGYS	-0.312147	0.040234	-7.758291	0.0001
PENZ	-0.573882	0.071966	-7.974304	0.0001
GEP	0.439681	0.099696	4.415086	0.0031
SZALLR	-0.218932	0.068012	-3.218993	0.0147
R-squared	0.935433	Mean dependent var	0.017568	
Adjusted R-squared	0.889313	S.D. dependent var	0.004701	
S.E. of regression	0.001564	Akaike info criterion	-9.779096	
Sum squared resid	1.71E-05	Schwarz criterion	-9.518350	
Log likelihood	69.56413	F-statistic	20.28286	
Durbin-Watson stat	2.242114	Prob(F-statistic)	0.000491	

Dependent Variable: ING				
Method: Least Squares				
Date: 09/10/07 Time: 15:22				
Sample (adjusted): 2003Q2 2006Q2				
Included observations: 13 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.009120	0.002158	-4.226139	0.0029
BANY	0.171970	0.033822	5.084514	0.0009
ELELM	-0.502584	0.122491	-4.103030	0.0034
FAF	0.723536	0.112380	6.438323	0.0002
MEZ	0.579327	0.108445	5.342116	0.0007
R-squared	0.955354	Mean dependent var	0.011497	
Adjusted R-squared	0.933031	S.D. dependent var	0.013973	
S.E. of regression	0.003616	Akaike info criterion	-8.123202	
Sum squared resid	0.000105	Schwarz criterion	-7.905914	
Log likelihood	57.80082	F-statistic	42.79711	
Durbin-Watson stat	1.735743	Prob(F-statistic)	0.000019	

Eloszlás alapú módszer

A bérelaszlás alapú módszer esetében az i -dik vállalati létszám-kategória logaritmizált bérét ($w_{i,t}$) magyarázzuk egy lineáris regresszió segítségével, melynek változói egy konstans (c_t) és az átlagos vállalatméret logaritmusa ($l_{i,t}$). A regressziót minden egyes t időpontra megbecsültük.

$$w_{i,t} = c_t + (\beta_t + f_t)l_{i,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (1)$$

$t = 2003Q1, 2003Q2, \dots, 2007Q2$

Itt is az ε szimbólummal jelöltük a hibtagokat, míg f_t a fehéredés okozta torzítást jelöli. Ennek értéke feltevéseink szerint 2006. második negyedévéig nulla, míg utána ettől eltérő értéket is felvehet. Így 2006. második negyedévéig az (1) egyenlet a fehéredési torzítás figyelembe vétele nélkül becsülhető. A becsült β_t paraméterek 2003 első és 2006 második negyedéve közötti

idősorát egy SARIMA $(0\ 1\ 1)(0\ 1\ 0)_4$ folyamattal közelítettük.⁸ A β_t paraméter $t=2006Q3, 2006Q4, \dots$ értékeit az egyenlet előrejelzéseiként származtattuk (lásd a 6. ábra beta1 idősorát⁹). Ezen előrejelzéseket az (1)-es egyenletbe behelyettesítve kaptuk a kérdéses periódusok béreloszlásait, melyek várható értéke adja a fehéredéssel korrigált bérszinteket.

⁸ $(1-L)(1-L^4)\beta_t = \mu + \eta_t + \theta\eta_{t-1}$, ahol η_t fehér zaj, μ és θ a becsülendő paraméterek, L pedig a késleltetési operátor.

⁹ Az eloszlás alapú módszer becsléseit a négy alsó létszám-kategória felhasználásával végeztük el. A 6. ábra beta2 idősora az ezeken kívüli két létszám-kategória alapján számolt parciális együtthatókat mutatja. A fehéredés korrekcióját a beta1-nek megfelelő becslés alapján végeztük el.